3. Grenzwertverhalten für $x \to \pm\infty$ und asymptotische Funktion

Eine Funktion $f_A(x)$ heißt **asymptotische Funktion** der Funktion f, wenn gilt:

$$f(x) - f_A(x) \to 0 \quad \text{für } x \to +\infty \text{ bzw. } x \to -\infty$$

Die Funktion f nähert sich immer weiter der asymptotische Funktion f_A an,
der Abstand beider Funktionen (=Differenz) wird immer kleiner für $x \to \infty$.

In diesem Sinne kann man sich gebrat. Fuen als Summe zweier Funktionen vorstellen:

$$f(x) = f_A(x) + r(x)\,; \qquad r(x) : \text{Restfunktion}$$

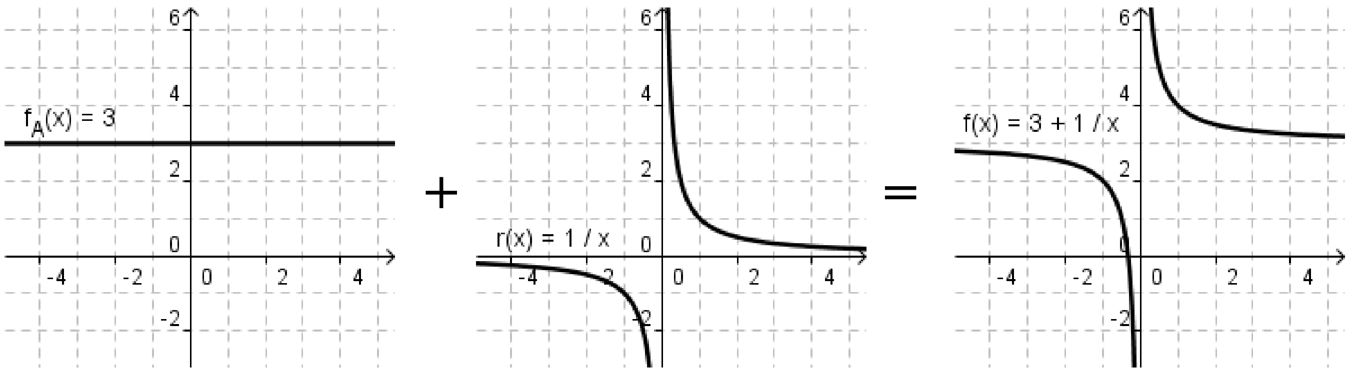
Für $x \to \infty$ geht $r(x) \to 0$. Damit wird der Unterschied zwischen f(x) und $f_A(x)$ immer kleiner.
r(x) beschreibt also den Abstand von f(x) und $f_A(x)$.

Damit **r(x)** die geforderte Eigenschaft auch hat, muss r(x) eine gebrat. Fu sein, deren **Zählergrad** Grad(Z) = z **kleiner** als der **Nennergrad** Grad(N) = n ist.

Dazu zwei Beispiele:

- $f_1(x) = 3 + \frac{1}{x}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; mit $f_A(x) = 3$ und $r(x) = \frac{1}{x}$
  Nach bisheriger Vorstellung ist das der Graph von 1/x, um 3 LE nach oben verschoben.

  In der neuen Sichtweise handelt es sich um eine asymptotische Funktion $f_A = 3$, zu der die Restfunktion $r(x) = 1/x$ addiert wird: ($r(x) \to 0$ für $x \to \infty$, d. h. r(x) „verschwindet".)



- $f_2(x) = 2 - \frac{1}{x^2}$; $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$; mit $f_A(x) = 2$ und $r(x) = -\frac{1}{x^2}$